Fonction quadratique (parabole)

Axe de symétrie x = h

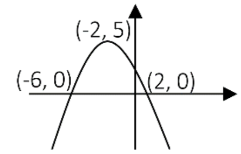
Extremum = k

Si $b^2 - 4ac < 0$ il n'y a pas de zéro.
Si $b^2 - 4ac = 0$ il y a un seul zéro.
Si $b^2 - 4ac > 0$, il y a deux zéros.

		Sommet	Ordonnée à l'origine	Zéros (Quand y=0, x=?)
Générale	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$\left(\frac{-b}{2a}, f(h)\right)$	x = 0, effectuer pour trouver y	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Canonique	$f(x) = a(x - h)^2 + k$	(h, k)		y = 0, isoler x
Factorisée	$f(x) = a(x - z_1)(x - z_2)$	$\left(\frac{z_1 + z_2}{2}, f(h)\right)$		z_1 et z_2

Attention de ne pas oublier le ± lorsqu'on applique la racine carrée.

En forme factorisée si on connaît y, on cherche x.
Ex : f(x) = (x–3)(x+4) si y = -2
a) Remplace y
-2 = (x–3)(x+4)
b) Effectue et mettre = 0
$-2 = x^2 + x - 12$
$0 = x^2 + x - 10$
c) Formule quadratique.



Dom: IR Ima: $]-\infty, 5]$ Min: $\varnothing$
Max: 5 Positive: $[-6, 2]$
Négative: $]-\infty, -6] \cup [2, +\infty[$
Croissante: $]-\infty, -2]$
Décroissante: $[-2, +\infty[$

Intervalles

Selon le x: Domaine; Signe (positive-négative); Variation (croissance-décroisssance)

Selon le y: Image

Trouver l'équation (recherche de "a")

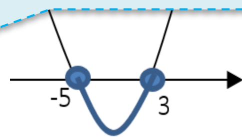
Avec un point et le sommet : Utiliser $f(x)=a(x - h)^2 + k$. Remplacer x, f(x), h et k pour trouver a en l'isolant.	Avec un point et les deux zéros : Utiliser $f(x)=a(x - z_1)(x - z_2)$. Remplacer x, f(x), z_1 et z_2 pour trouver a en l'isolant.

Résoudre une inéquation du deuxième degré à une variable.

1) On met inégal à 0.
2) On résout l'équation.
3) On trace un graphique avec les zéros et le a.
4) On détermine l'intervalle.

On veut savoir pour quelle(s) valeur(s) de x, $0 \geq f(x)$.
On cherche quand la fonction est plus petite ou égale à 0.

$8 \geq x^2 + 2x - 7$
$0 \geq x^2 + 2x - 15$
$0 = x^2 + 2x - 15$
$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$
$x = -5 \text{ ou } x = 3$



$x \in [-5, 3]$

Réponses possibles selon le symbole d'inéquation

$Si\ \ 8 > x^2 + 2x - 7, alors\ \ x \in\ \ ]-5, 3[$
$Si\ \ 8 < x^2 + 2x - 7, alors\ \ x \in\ \ ]-\infty, -5[\cup]3, +\infty[$
$Si\ \ 8 \leq x^2 + 2x - 7, alors\ \ x \in\ \ ]-\infty, -5] \cup [3, +\infty[$

Fonction affine (droite)

Droites parallèles : même pente $m_1 = m_2$
Droites perpendiculaires : pentes inverses et opposées :

y = 5 est une droite horizontale.
x = 7 est une droite verticale.

y = ?, quand x = 0 | x = ?, quand y = 0

		Pente	Ordonnée à l'origine	Abscisse à l'origine
Fonctionnelle	y = mx + b	m	b	$\frac{-b}{m}$
Générale	Ax + By + C = 0 Nombres entiers	$\frac{-A}{B}$	$\frac{-C}{B}$	$\frac{-C}{A}$
Symétrique	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	$\frac{-b}{a}$	b	a

Trouver l'équation d'une droite:
Utiliser la forme fonctionnelle : y = mx+b
1. Calculer la pente (taux de variation): $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
2. Remplacer (x, y) et m dans l'équation **y = mx + b** et isoler b.

Distance entre deux points: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

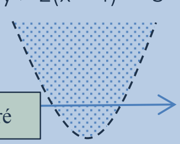
Inéquations à deux variables

1er degré

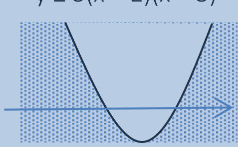
Exemple : y < -2x+8
1) Tracer la droite associée :
a) placer 2 points (0, y) et (x, 0)
b) Si > ou < : ----, si ≤ ou ≥ : ——
2) Tester le point (0, 0) ou un autre pour déterminer de quel côté de la droite se trouve la solutioné
0 < -2(0) + 8 → Vrai
Le point (0,0) fait partie de la zone solution.

2e degré

$y > 2(x - 4)^2 - 3$



$y \leq 3(x - 2)(x + 3)$



Trinôme

Exemple : $6x^2 - x - 12$
a) Méthode Somme-Produit : __×__ = -72 et __+__ = -1.
b) Remplacer le deuxième terme du milieu par ces nombres.
c) Faire la double mise en évidence.
EX : -9 et 8
$6x^2 - 9x + 8x - 12$
$(6x^2 - 9x) + (8x - 12)$
$3x(2x - 3) + 4(2x - 3)$
$(3x + 4)(2x - 3)$

Cas T_2

Factorisation

Algèbre et factorisation

Division

$12x^2 + 10x - 7$ | $3x + 4$
$-\ (12x^2 + 16x)$ | $4x - 2 + (1/(3x+4))$
$-6x - 7$
$-(-6x - 8)$
1

Double mise en évidence

a) Regrouper les termes ayant des facteurs en commun.	$3xy + 4x - 12y - 16$
	$(3xy + 4x) + (-12y - 16)$
b) Faire la mise en évidence simple.	$x(3y + 4) - 4(3y + 4)$
c) Faire la mise en évidence des ( )	$(3y + 4)(x - 4)$

Trinôme carré parfait
$x^2 - 14x + 49$
$(x - 7)^2$

Différence de carrés
$x^2 - 49$
$(\ +\ )(\ -\ )$
$(x + 7)(x - 7)$

Résoudre une équation du deuxième degré

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Ex : 12 – 3x = 4x² - 5
a) Rendre un côté à zéro. $0 = 4x^2 + 3x - 17$
b) Utiliser la formule quadratique ou factoriser pour trouver les valeurs de x.
c) On trouve 0, 1 ou 2 valeurs de x.

Opérations sur les fractions algébriques

× ou ÷

1) Si c'est une division inverser la fraction diviseur.
2) Factoriser les numérateurs et les dénominateurs.
3) Faire les restrictions sur les dénominateurs (et sur le numérateur du diviseur si c'est une division).
4) Réduire les facteurs communs se trouvant au numérateur et au dénominateur (s'il y a lieu).
5) Effectuer le numérateur et le dénominateur.

Ex : $\frac{x^2-4}{2x+4} \div \frac{x^2+x-2}{x-1} = \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{2(x+2)} \times \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+2)}} = \frac{x-2}{2x+4}$

Restrictions x≠-2, x≠1

Les restrictions s'appliquent à 3 endroits pour la division.

+ ou -

1) Factoriser les numérateurs et les dénominateurs.
2) Faire les restrictions sur les dénominateurs
3) Réduire les facteurs communs se trouvant au numérateur et au dénominateur de chacune des fractions (s'il y a lieu).
4) Trouver un dénominateur commun.
5) Multiplier en haut et en bas de chacune des fractions par le ou les facteurs qui les amènent au dénominateur commun.
6) Additionner ou soustraire les numérateurs en GARDANT le dénominateur jusqu'à la fin.
7) Effectuer le numérateur et le dénominateur.

Ex : $\frac{3}{x+4} - \frac{x+1}{x^2+6x+8} = \frac{3}{x+4} - \frac{x+1}{(x+2)(x+4)} = \frac{3(x+2)}{(x+4)(x+2)} - \frac{x+1}{(x+2)(x+4)} = \frac{3(x+2)-(x+1)}{(x+4)(x+2)} = \frac{3x+6-x-1}{(x+2)(x+4)} = \frac{2x+5}{x^2+6x+8}$

Restrictions x≠-2, x≠-4